Izračun verjetnosti dobitkov pri igri 3x3 plus 6

Primož Podgornik

30. januar 2014

1 Verjetnosti dobitkov

Verjetnost posamezne vrste dobitka izračunamo po naslednjem postopku:

- izračunamo število vseh možnih različnih kartic,
- izračunamo število različnih kartic, ki imajo, pri določenih izžrebanih številkah, to vrsto dobitka,
- verjetnost je količnik obeh izračunov.

1.1 Število možnih različnih kartic

Najprej izračunamo koliko je možnih različnih kombinacij za posamezno vrstico. Ker izbiramo tri izmed osmih številk, je rezultat:

$$n_{ene} = \binom{8}{3} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 56 \tag{1}$$

Za izračun smo uporabili binomski koeficient, ki je razložen v dokumentu o verjetnosti dobitkov lota. Ker so vse tri vrstice med seboj neodvisne, je število vseh možnih različnih kartic produkt števila možnih posameznih vrstic:

$$n_{vseh} = 56 \cdot 56 \cdot 56 = 56^3 = 175\,616. \tag{2}$$

1.2 Verjetnost dobitka 1x3

Število možnih različnih kartic, ki imajo pravilno prvo vrstico, dobimo z naslednjim razmišljanjem: Prva vrstica mora biti točno enaka izžrebanim številkam in je samo ena. Druga vrstica ne sme biti enaka izžrebanim številkam za drugo vrstico. Takšne so vse možne vrstice, razen tiste, ki je pravilna, torej jih je 55. Prav tako ne sme biti pravilna niti tretja vrstica, kjer je tudi 55 takšnih. Število dobitnih kartic s prvo vrstico je produkt:

$$n_{prva} = 1 \cdot 55 \cdot 55 = 3\,025. \tag{3}$$

Dobitek imamo seveda lahko tudi v drugi ali tretji vrstici, zato dobljeno število množimo s 3 in dobimo:

$$n_{1x3} = 3\,025 \cdot 3 = 9\,075. \tag{4}$$

Zdaj lahko izračunamo verjetnost dobitka 1x3:

$$p_{1x3} = \frac{9\,075}{175\,616} = 1 : 19,35. \tag{5}$$

1.3 Verjetnost dobitka 2x3

Število možnih različnih kartic, ki imajo pravilni dve vrstici je enako številu kartic, ki imajo nepravilno eno izmed vrstic, torej, prvo, drugo ali tretjo. Število kartic, ki imajo nepravilno prvo vrstico je 55, enako velja tudi za ostali dve vrstici. To pomeni, da je število kartic s pravilnima dvema vrsticama enako:

$$n_{2x3} = 55 \cdot 3 = 165. \tag{6}$$

Verjetnost za dobitek 2x3 pa je:

$$p_{2x3} = \frac{165}{175\,616} = 1 : 1064,34. \tag{7}$$

1.4 Verjetnost dobitka 3x3

Kartica, ki ima pravilne vse tri vrstice je seveda samo ena. Tako dobimo verjetnost za dobitek 3x3, ki znaša:

$$p_{3x3} = \frac{1}{175\,616} = 1 : 175\,616. \tag{8}$$

1.5 Verjetnost dobitka 0x9

Za ta dobitek na kartici ne sme biti nobene izmed ižrebanih številk. Različnih kombinacij v prvi vrstici, ki ne vsebujejo nobene izmed treh izžrebanih številk je $\binom{5}{3}$. Enako velja tudi za drugo in tretjo vrstico, zato je število možnih različnih kartic, ki ustrezajo in imajo torej dobitek 0x9, produkt treh enakih koeficientov:

$$n_{0x9} = \binom{5}{3} \cdot \binom{5}{3} \cdot \binom{5}{3} = 10^3 = 1000 \tag{9}$$

$$p_{0x9} = \frac{1000}{175\,616} = 1 : 175,62. \tag{10}$$

1.6 Verjetnost dobitka Plus 6

Vsaki kartici 3x3 plus 6 pripada svoja serijska številka. Ker je vseh možnih kartic 175 616, je natanko toliko tudi serijskih številk. Izžrebana serijska številka lahko torej zavzame vrednosti med 1 in 175 616 in določi natanko eno izmed vseh možnih kartic. Verjetnost dobitka Plus 6 je tako:

$$p_{Plus6} = \frac{1}{175\,616} = 1 : 175\,616. \tag{11}$$