Izračun verjetnosti dobitkov pri igri Loto

Primož Podgornik

2. oktober 2008

1 Verjetnost dobitkov

Verjetnost posamezne vrste dobitka izračunamo po naslednjem postopku:

- izračunamo število kombinacij, ki dajo, pri določenih izžrebanih številkah, to vrsto dobitka,
- izračunamo število vseh kombinacij,
- verjetnost je količnik obeh izračunov.

Število vseh kombinacij je očitno za vse dobitke enako, ker je vezano samo na igro in je pri slovenskem lotu, pri katerem za eno kombinacijo izberemo 7 izmed 39. številk, enako:

$$n_{vseh} = \binom{39}{7} = \frac{39 \cdot 38 \cdot 37 \cdot 36 \cdot 35 \cdot 34 \cdot 33}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7} = 15\,380\,937 \tag{1}$$

$\binom{39}{7}$ imenujemo binomski koeficient. Beremo ga: "39 nad 7". Pove nam, na koliko načinov lahko izmed 39 elementov izberemo 7.

2 Dobitki pri katerih ne upoštevamo dodatne izžrebane številke

Na dobitke te vrste dodatna izžrebana številka nima nobenega vpliva. Ti dobitki so: Štirica, Petica in Sedmica.

2.1 Dobitek Štirica

Število kombinacij, pri katerih od izžrebanih sedmih števil uganemo natančno štiri, je enako:

$$n_4 = \binom{7}{4} \cdot \binom{32}{3} = 35 \cdot 4\,960 = 173\,600 \tag{2}$$

Štirico imamo pri kombinacijah, ki izmed sedmih izžrebanih številk vsebujejo štiri, izmed ostalih, neizžrebanih 32, pa tri. $\binom{7}{4}$ nam pove na koliko načinov lahko izberemo štiri številke izmed sedmih (izžrebanih), $\binom{32}{3}$ pa nam pove na koliko načinov lahko izberemo tri številke izmed 32 (neizžrebanih). Rezultat je seveda produkt, saj za poljubno kombinacijo štirih izžrebanih lahko izberemo vsako izmed $\binom{32}{3}$ kombinacij treh neizžrebanih.

Verjetnost, da bomo imeli natanko štiri pravilne številke je torej:

$$p_4 = \frac{173\,600}{15\,380\,937} = 1,1286698593\ \% \tag{3}$$

Ali morda razumljivejši rezultat:

$$p_4 = 1 : 88,599867512 \tag{4}$$

2.2 Petica in Sedmica

Število kombinacij pri katerih imamo dobitka te vrste, lahko izračunamo po enakem postopku kot za Štirico v enačbi 2. Tako dobimo za Petico in Sedmico po vrsti:

$$n_5 = \binom{7}{5} \cdot \binom{32}{2} = 21 \cdot 496 = 10\,416 \tag{5}$$

$$n_7 = \binom{7}{7} \cdot \binom{32}{0} = 1 \cdot 1 = 1 \tag{6}$$

Vrednost koeficienta $\binom{32}{0}$ je 1. Med 32 elementi namreč lahko izberemo 0 elementov samo na en način: tako da nobenega ne izberemo.

Ustrezne verjetnosti pa so:

$$p_5 = 1 : 1\,476,6644585 \tag{7}$$

$$p_7 = 1 : 15\,380\,937 \tag{8}$$

3 Dobitki pri katerih upoštevamo dodatno izžrebano številko

Pri dobitkih te vrste se moramo zavedati, da žrebamo pravzaprav osem števil: sedem in dodatno. Ti dobitki so: Šestica, Šest in dodatna, Tri in dodatna.

3.1 Šestica

Da ima kombinacija dobitek Šestica, mora biti šest števil te kombinacije med sedmimi izžrebanimi, ena pa med ostalimi $32 - 1$. Eno številko namreč zasede dodatna. Tako dobimo število kombinacij, ki imajo Šestico:

$$n_6 = \binom{7}{6} \cdot \binom{31}{1} = 7 \cdot 31 = 217 \tag{9}$$

in verjetnost dobitka Šestica:

$$p_6 = 1 : 70\,879,894009 \tag{10}$$

3.2 Šest in dodatna, Tri in dodatna

Za dobitek Šest in dodatna upoštevamo, da mora biti ena številka v kombinaciji enaka dodatni izžrebani številki, ostalih šest pa mora biti izbranih izmed prvih sedmih izžrebanih. Tako dobimo število kombinacij, ki dajo dobitek Šest in dodatna:

$$n_{6+1} = \binom{7}{6} \cdot \binom{1}{1} = 7 \tag{11}$$

Prvi koeficient je število kombinacij, pri katerih imamo izmed sedmih izžrebanih številk izbranih šest, drugi koeficient (enica) pa pomeni število kombinacij, pri katerih imamo sedmo številko enako dodatni. Ustrezna verjetnost pa je:

$$p_{6+1} = 1 : 2\,197\,276,7143 \tag{12}$$

Enako sklepanje lahko uporabimo tudi za dobitek Tri in dodatna. Da ima kombinacija dobitek te vrste, moramo izmed sedmih izžrebanih številk izbrati tri, tri moramo izbrati izmed 31 neizžrebanih, eno pa moramo izbrati tako, da je enaka dodatni. Število takšnih kombinacij je torej:

$$n_{3+1} = \binom{7}{3} \cdot \binom{31}{3} \cdot \binom{1}{1} = 157\,325 \tag{13}$$

in verjetnost:

$$p_{3+1} = 1 : 97,76537 \tag{14}$$