Izračun verjetnosti dobitkov pri igri Astro

Primož Podgornik

17. september 2008

1 Verjetnosti dobitkov

Verjetnost posameznega dobitka izračunamo po naslednjem postopku:

- izračunamo število kombinacij, ki dajo, pri določenih izžrebanih številkah, to vrsto dobitka,
- izračunamo število vseh kombinacij,
- verjetnost je količnik obeh izračunov.

1.1 Število vseh kombinacij

V vsakem stolpcu lahko pri tej igri izberemo poljubno številko, ne glede na to, kaj smo izbrali v ostalih stolpcih. Zato je število vseh kombinacij očitno produkt števila polj posameznih stolpcev:

$$n_{vseh} = n_A \cdot n_B \cdot n_C \cdot n_D, \tag{1}$$

kjer je n_A število polj v stolpcu A. Za igro Astro, kot jo trenutno prireja Loterija Slovenije, d.d., je to število:

$$n_{vseh} = 31 \cdot 12 \cdot 100 \cdot 12 = 446\,400. \tag{2}$$

1.2 Verjetnost dobitka Astro

Dobitek Astro imamo samo v primeru, če smo pravilno prekrižali vse štiri izžrebane številk. Takšna je samo ena kombinacija in ustrezna verjetnost je:

$$p_{astro} = \frac{1}{446\,400} = 1 : 446\,400 \tag{3}$$

1.3 Verjetnost dobitka Tri

Dobitek Tri imamo, če smo pravilno prekrižali tri od štirih izžrebanih številk. Najprej poglejmo število kombinacij, ki zgrešijo v stolpcu A.

$$n_{\overline{A}} = n_A - 1 = 30. \tag{4}$$

To so namreč kombinacije, pri katerih je v stolpcu A neka druga številka, kot smo jo izžrebali, torej vse ostale, zato odštejemo eno od števila polj v stolpcu. Če si zamislimo, da smo izžrebali številko 31, potem tu iščemo kombinacije, ki v prvem stolpcu te številke nimajo, torej tiste, ko smo v prvem stolpcu izbrali poljubno številko od 1 do 30. Očitno je takšnih kombinacij 30, kar potrjuje enačbo 4. Enako razmišljanje lahko uporabimo tudi za vse ostale stolpce. Število kombinacij, ki nam pri neki prekrižani kombinaciji dajo dobitek Tri pa je vsota števila kombinacij, pri katerih smo zgrešili v posameznem stolpcu:

$$n_3 = n_A - 1 + n_B - 1 + n_C - 1 + n_D - 1 = 151, \tag{5}$$

in ustrezna verjetnost

$$p_5 = \frac{151}{446\,400} = 1 : 2\,956,29. \tag{6}$$

1.4 Verjetnost dobitka Dve

Pri dobitku Dve je izračun števila kombinacij, ki dajo ta dobitek, nekoliko daljši. Upoštevati moramo namreč, da tokrat zgrešimo v dveh stolpcih hkrati. Tako lahko zgrešimo v stolpcih A in B, A in C, A in D, B in C, B in D, C in D. Takih parov je $\binom{4}{2} = \frac{4\cdot 3}{1\cdot 2}$, kar znese 6. Število kombinacij, ki zgrešijo v stolpcih A in B hkrati je produkt števila možnih zgrešenih polj v vsakemu od stolpcev, torej:

$$n_{\overline{AB}} = n_{\overline{A}}\, n_{\overline{B}} = 30 \cdot 11 = 330. \tag{7}$$

Če seštejemo produkte vseh zgoraj naštetih parov, dobimo:

$$n_2 = 330 + 2\,970 + 330 + 1\,089 + 121 + 1\,089 = 5\,929, \tag{8}$$

in nato

$$p_2 = \frac{5\,929}{446\,400} \doteq 1 : 75,29. \tag{9}$$

1.5 Verjetnost dobitka Ena

Za dobitek Ena iščemo kombinacije, pri katerih zgrešimo v treh stolpcih hkrati. Takih trojic je $\binom{4}{3} = \binom{4}{1} = 4$. To so: ABC, ABD, ACD, BCD. Enako kot prej, tudi tu velja, da je število kombinacij, ki zgrešijo v treh stolpcih hkrati, enako produktu števil možnih kombinacij, ki bi zgrešile v posameznem stolpcu:

$$n_{\overline{ABC}} = n_{\overline{A}}\, n_{\overline{B}}\, n_{\overline{C}} = 30 \cdot 11 \cdot 99 = 32\,670. \tag{10}$$

Če seštejemo za vse zgoraj naštete pare, dobimo:

$$n_1 = 32\,670 + 3\,630 + 32\,670 + 11\,979 = 80\,949 \tag{11}$$

Odtod pa dobimo verjetnost:

$$p_1 = \frac{80\,949}{446\,400} \doteq 1 : 5,5145. \tag{12}$$